

Nonlinear Deformation Analysis of Compressed Reinforced Concrete Elements of Circular Cross-section

U.M. Hacıyeva

Azerbaijan University of Architecture and Construction (A.Sultanova st., 5, Baku, AZ1073, Azerbaijan)

For correspondence:

Hacıyeva Ulviya / e-mail: hacıyevaulviye@mail.ru

Abstract

The creep of concrete plays an important role in the formation of the stress-strain state of reinforced concrete elements. The creep of concrete strongly affects the bearing capacity of compressed reinforced concrete elements. In the article, taking into account the nonlinearity of instantaneous and long-term deformations, an effective numerical method is developed for calculating compressed reinforced concrete elements of circular cross-section. For this purpose, a discrete analogue of the nonlinearly hereditary concrete creep equation was first constructed. When solving special relaxation problems, the high accuracy of the proposed discrete analog is shown. In long-term loadings the solution of the considered problem is reduced to the solution of a nonlinear system of algebraic equations. A numerical algorithm for solving the resulting nonlinear system with any desired accuracy is proposed, and the effectiveness of the proposed algorithm is proved in numerical examples.

Keywords: concrete, reinforcement, creep, bearing capacity.

DOI: 10.52171/2076-0515_2021_13_04_47_57

For citation:

U.M. Hacıyeva

[Nonlinear deformation analysis of compressed reinforced concrete elements of circular cross-section]
Herald of the Azerbaijan Engineering Academy, 2021, vol. 13, no. 4, pp. 47-57 (in Azerbaijani)

Dairəvi en kəsikli sıxılan dəmir-beton elementlərin qeyri-xətti deformasiya modeli əsasında hesablanması

Ü.M. Hacıyeva

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti (A.Sultanova küç. 5, Bakı, AZ1073, Azərbaycan)

Yazışma üçün:

Hacıyeva Ülviiyə / e-mail: hajiyevaulviye@mail.ru

Xülasə

Dəmir-beton elementlərin gərginlik-deformasiya halının formalaşmasında betonun sürüngenliyinin önəmli rolu vardır. Betonun sürüngenliyi sıxılan elementlərin yüklənmə qabiliyyətinə güclü təsir göstərir. Məqalədə betonun həm qısamüddətli, həm də uzunmüddətli deformasiyalarının qeyri-xəttiliyi nəzərə alınmaqla dairəvi en kəsikli sıxılan elementlərin gərginlik-deformasiya halının və yüklənmə qabiliyyətinin təyini üçün effektiv ədədi metodika işlənmişdir. Bunun üçün betonun qeyri-xətti irsi sürüngenlik tənliyinin diskret analoqu qurulmuşdur. Xüsusi relaksasiya məsələlərinin həllində təklif olunmuş diskret analoqun yüksək dəqiqliyə malik olması göstərilmişdir. Uzunmüddətli yükləmələrdə məsələnin həlli müxtəlif zaman anları üçün qeyri-xətti cəbri tənliklər sisteminin həllinə gətirilmişdir. Alınmış tənliklər sistemin istənilən dəqiqliklə həlli üçün ədədi alqoritm təklif olunmuş və ədədi misalların həllində təklif olunan həll alqoritmünün effektivliyi isbatlanmışdır.

Açar sözlər: beton, armatur, sürüngenlik, yüklənmə qabiliyyəti.

DOI: 10.52171/2076-0515_2021_13_04_47_57

УДК 624.012

Расчет сжатых железобетонных элементов кругового сечения на основе нелинейной деформационной

У.М. Гаджиева

Азербайджанский университет архитектуры и строительства (ул.А. Султановой 5, Баку, AZ1073, Азербайджан)

Для переписки:

Гаджиева Ульвия / e-mail: hajiyevaulviye@mail.ru

Аннотация

Ползучесть бетона играет важную роль при формировании напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов и влияет на несущую способность сжатых элементов. В статье с учетом нелинейности мгновенного и длительного деформирования бетона разработана эффективная численная методика для исследования напряженно-деформированного состояния и несущей способности сжатых элементов кругового сечения. Предварительно построен дискретный аналог уравнения нелинейно-наследственной ползучести бетона. При решении релаксационных задач показана высокая точность предложенного дискретного аналога. Решение задач для длительного нагружения сведено к решению системы нелинейных алгебраических уравнений для различных моментов времени. Для решения полученных систем с любой наперед заданной точностью предложен эффективный численный алгоритм. Решением числовых примеров доказана эффективность предложенного алгоритма.

Ключевые слова: бетон, арматура, ползучесть, несущая способность.

Giriş

Məlumdur ki, betonun sürüngenliyi nəticəsində dəmir-beton konstruksiyalarda gərginliyin yenidən paylanması prosesi baş verir, yəni zaman keçdikcə gərginlik betonda müəyyən həddə qədər azaldığı halda, armaturda isə əksinə artır. Bunun nəticəsində dəmir-beton konstruksiyalarda gərginlik-deformasiya halının formalaşması betonun sürüngenliyindən güclü asılı olur və bu real konstruksiya elementlərinin hesablanması diqqətə alınmalıdır. Bu özünü xüsusilə sıxılan elementlərdə daha çox biruzə verir. Ənənəvi düzbucaqlı en kəsikli sütünlardan fərqli olaraq dairəvi en kəsikli dəmir-beton sütunlarda armaturun bütün kəsik üzrə paylanması nəticəsində yenidən paylanma prosesi bu elementlərdə düzbucaqlı en kəsikli elementlərə nəzərən fərqli gedir və bu məsələlər elmi ədəbiyyatda daha az tədqiq olunmuşdur. Ona görə də betonun ani və uzunmüddətli deformasiyalarının qeyri xəttiliyi nəzərə alınmaqla sıxılan dəmir-beton elementlər müasir qeyri-xətti deformasiya modeli əsasında gərginlik-deformasiya halının və yükləmə qabiliyyətinin tədqiqi metodikasının işlənməsi mühüm nəzəri və praktik əhəmiyyətə malikdir.

İşin məqsədi

Məqalənin yazılmasında əsas məqsəd dairəvi en kəsikli dəmir-beton sütunların sütunların betonun ani və uzunmüddətli deformasiyalarının qeyri xəttiliyi nəzərə alınmaqla, ixtiyari zaman anı üçün gərginlik-deformasiya halının və yükləmə qabiliyyətinin təyini üçün effektiv ədədi metodikanın işlənməsidir. Qeyd olunan hesablama metodikası əsasında müxtəlif ədədi eksperimentlər aparmaqla sütunun gərginlik-deformasiya halına və yükləmə qabiliyyətinə təsir edən faktorları müəyyən etməyə imkan verir.

Məsələnin qoyuluşu

Yükləmənin başlanğıc anında yükləmə qabiliyyəti betonun ani deformasiyalarının qeyri-xəttiliyi və armaturun elastik-plastik işi nəzərə alınmaqla, “yük-əyinti” qrafiklərinin qurulmasına gətirilir və bu diaqramın maksimumu əsasında sıxılan sütunun yükləmə qabiliyyəti təyin olunur.

Uzunmüddətli yükləmələrdə əvvəlcə betonun qeyri-xətti irsi sürüngenlik tənliyinin diskret analoqu qurulur və sadə relaksasiya məsələlərinin həllində diskret analoqun yüksək dəqiqliklə həllər almağa imkan verdiyi sübut olunduqdan sonra sıxılan milin ən çox gərginləşmiş orta kəsiyində sıxılan uzun deformasiyası və neytral oxun vəziyyətini təyin edən parametrlər daxil edilməklə sıxılan elementin yarısının müvazinət şərtindən daxil edilmiş parametrlərə əsasən məsələnin qeyri-xətti cəbri tənliklər sistemi qurulur. Bu an hər bir zaman anında məsələnin həlli əvvəlki həllərdə alınmış həllərdən asılı olaraq qurulur. Beləliklə də hər bir daxil edilmiş zaman anı üçün gərginlik-deformasiya halını xarakterizə edən parametrlər təyin olunmuş olur.

Məsələnin həlli

Betonun ani və uzunmüddətli deformasiyalarının qeyri xəttiliyini nəzərə alan sürüngenlik tənliyi vaxtilə *V.M. Bondarenko* [1] tərəfindən təklif olunmuşdur:

$$\varepsilon_b(t) = \frac{\sigma_b(t)}{E_b(t)} \cdot \left[1 + \eta_1 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b(t)} \right)^m \right] - \int_{t_0}^t \frac{\partial C^*(t, \tau)}{\partial \tau} \cdot \left[1 + \eta_1 \cdot \left(\frac{\sigma_b(\tau)}{R_b(\tau)} \right)^n \right] d\tau \quad (1)$$

Burada *S.V. Aleksandrovskinin* təklifinə əsasən [2]

$$C^*(t, \tau) = \frac{1}{E_b(\tau)} - \frac{1}{E_b(t)} + C(t, \tau) \quad (2)$$

Bu bərabərlikdə $C(t, \tau)$ - sadə sürüngenlik meyarıdır və onun analitik ifadəsi dəmir-beton konstruksiyaların hesablanmasında istifadə olunan sürüngenlik nəzəriyyələrini də müəyyən edir. Sadə sürüngenlik meyarının ən mükəmməl ifadəsi vaxtilə *S.V. Aleksandrovskiy* [2] tərəfindən verilmişdir:

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) - F(t) \cdot (e^{\gamma \cdot \tau} - A_2) - \Delta(\tau) \cdot e^{-\alpha \cdot (t - \tau)}$$

$$\varphi(\tau) = \varphi_0 + \sum_{i=1}^n \varphi_i \cdot e^{-\beta_i \cdot \tau};$$

$$F(t) = \frac{\varphi(t) - \Delta(t)}{e^{\gamma \cdot t} - A_2};$$

$$\Delta(\tau) = \Delta_0 + \sum_{i=1}^n \Delta_i \cdot e^{-\alpha_i \cdot \tau} \quad (3)$$

Betonun başlanğıc elastiklik modulunun və sıxılmada möhkəmliyinin zamana görə dəyişmələri aşağıdakı kimi apparoksimə olunur [3]:

$$E_b(\tau) = E_{b\infty} \cdot (1 - \beta_E \cdot e^{-\alpha_E \cdot \tau});$$

$$R_b(\tau) = R_{b\infty} \cdot (1 - \beta_R \cdot e^{-\alpha_R \cdot \tau}) \quad (4)$$

Ağır betonlar üçün $\beta_E = 0,575$; $\beta_R = 0,514$; $\alpha_E = 0,072 \text{ sutka}^{-1}$ və $\alpha_R = 0,061 \text{ sutka}^{-1}$ götürmək olar və hər bir konkret halda bu parametrlərin qiyməti eksperimentlərdən təyin olunurlar. *S.V. Aleksandrovskiy* və *E.Y. Baqriy* [2] göstərmişlər ki, ağır betonlar üçün:

$$\varphi_0 = 24,5 \cdot 10^{-6} \text{ (MPa)}^{-1};$$

$$\varphi_1 = 10,0 \cdot 10^{-6} \text{ (MPa)}^{-1};$$

$$\varphi_2 = 43,2 \cdot 10^{-6} \text{ (MPa)}^{-1};$$

$$\varphi_3 = 36,0 \cdot 10^{-6} \text{ (MPa)}^{-1}; \quad \beta_1 = 0,023 \text{ (sutka)}^{-1};$$

$$\beta_2 = 0,1275 \text{ (sutka)}^{-1}; \quad \beta_3 = 0,35 \text{ (sutka)}^{-1};$$

$$\Delta_0 = 11,2 \cdot 10^{-6} \text{ (MPa)}^{-1};$$

$$\Delta_1 = 34,0 \cdot 10^{-6} \text{ (MPa)}^{-1}; \quad \gamma = 0,02 \text{ (sutka)}^{-1};$$

$$\alpha_1 = 0,125 \text{ (sutka)}^{-1}; \quad \alpha = 5,0 \text{ (sutka)}^{-1}.$$

İ.E. Prokopoviç və *İ.İ. Ulitskiy* [4] tərəfindən sadə sürüngenlik meyarının aşağıdakı ifadəsi təklif olunmuşdur:

$$C(t, \tau) = (C_0 + A_0 \cdot e^{-\gamma \cdot \tau}) \cdot (1 - e^{-\gamma \cdot (t - \tau)}) \quad (5)$$

Kifayət qədər yaşlı betonlar üçün

$$C(t, \tau) = C_0 \cdot (1 - e^{-\gamma \cdot (t - \tau)}) \quad (6)$$

Son zamanlarda betonun sadə sürüngenlik meyarı kimi

$$C(t, \tau) = C_0 \cdot \frac{e^{\alpha \cdot t} - e^{\alpha \cdot \tau}}{e^{\alpha \cdot t} - 1} + B \cdot (e^{-\gamma \cdot \tau} - e^{-\gamma \cdot t})$$

bərabərliyindən də istifadə olunur [5].

Bu bərabərlikdə təbii olaraq quruyan ağır betonlar üçün $C_0 = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$; $B = 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$; $\alpha = 0,03 \text{ (sutka)}^{-1}$; $\gamma = 0,06 \text{ (sutka)}^{-1}$.

Betonun (1) sürüngenlik tənliyini

$$S_1(\sigma(t)) = \sigma_b(t) \cdot \left[1 + \eta_1 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b(t)} \right)^{m_1} \right];$$

$$S_2(\sigma(\tau)) = \sigma_b(\tau) \cdot \left[1 + \eta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_b(\tau)}{R_b(\tau)} \right)^{m_2} \right];$$

$$K(t, \tau) = \frac{\partial C^*(t, \tau)}{\partial \tau}$$

işarələmələrini daxil etməklə aşağıdakı kimi yazmaq:

$$\varepsilon_b(t) = \frac{S_1(\sigma_b(t))}{E_b(t)} - \int_{t_0}^t S_2(\sigma_b(\tau)) \cdot K(t, \tau) d\tau \quad (7)$$

$\tau \in [t_0; t]$ inteqrallama oblastını $\tau_0 = t_0$; $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n = t$ nöqtələri ilə n hissəyə bölək və bölgü nöqtələrində (7) bərabərliyinə daxil olan funksiyaların qiymətlərini uyğun

olaraq ε_{bj} , $S_1(\sigma_{bj})$, $S_2(\sigma_{bj})$, $K(n, j)$ kimi işarə edərək, (7) inteqral tənliyi aşağıdakı cəm şəklində göstərək:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bn} = & \frac{S_1(\sigma_{bn})}{E_{bn}} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} S_2(\sigma_b(\tau)) \cdot K(t, \tau) d\tau - \\ & - \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_2(\sigma_b(\tau)) \cdot K(t, \tau) d\tau - \dots - \\ & - \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} S_2(\sigma_b(\tau)) \cdot K(t, \tau) d\tau - \dots - \\ & - \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_n=t} S_2(\sigma_b(\tau)) \cdot K(t, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (8)$$

Bu cəmə daxil olan inteqrallarda inteqralaltı funksiyaları xətti funksiyalarla approksimə edərək inşaat mexanikası kursunda epürlərin vurulması qaydasını [6, 7] tətbiq etməklə bu inteqrallar üçün yazmaq olar ki,

$$Y_j = \delta_{n,j} \cdot S_2(\sigma_{b,j-1}) + \lambda_{n,j} \cdot S_2(\sigma_{b,j}) \quad (9)$$

Burada:

$$\begin{aligned} \delta_{n,j} = & \frac{\tau_j - \tau_{j-1}}{6} \cdot [2 \cdot K(n, j-1) + K(n, j)]; \\ \lambda_{n,j} = & \frac{\tau_j - \tau_{j-1}}{6} \cdot [K(n, j-1) + 2 \cdot K(n, j)] \end{aligned} \quad (10)$$

Bunu nəzərə alaraq, betonun sıxılmada irsi sürüngenliyinin inteqral tənliyini aşağıdakı cəm şəklində ifadə etmək olar:

$$\varepsilon_{bn} = \frac{S_1(\sigma_{bn})}{E_{bn}} - \lambda_{n,n} \cdot S_2(\sigma_{b,n}) - Q_n \quad (11)$$

Burada əvvəlki zaman anlarına aid olan informasiyanı özündə cəmləşdirən əmsal

$$Q_n = \sum_{j=1}^n \delta_{n,j} \cdot S_2(\sigma_{b,j-1}) + \sum_{j=1}^{n-1} \lambda_{n,j} \cdot S_2(\sigma_{b,j}) \quad (12)$$

Yadda saxlamaq lazımdır ki, başlanğıc anda, yəni $t = t_0$ olduqda başlanğıc şərt

$$\varepsilon_{b0} = \frac{S_1(\sigma_{b0})}{E_{b0}}$$

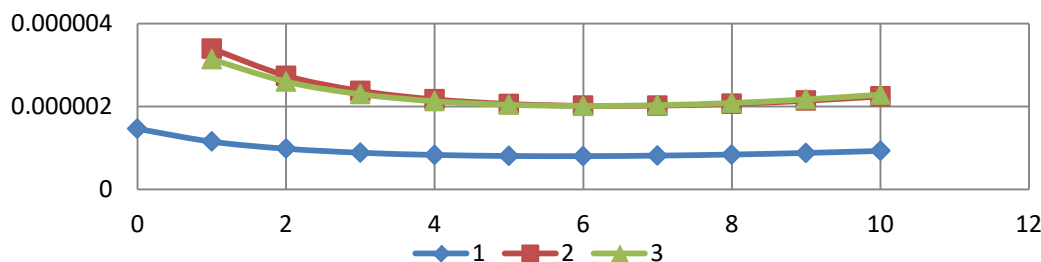
bərabərliyi əsasında sürüngenlik nəzərə alınmadan təyin olunur və əlavə olaraq birinci addımda, yəni $t = t_1$ olduqda $Q_1 = \delta_{1,1} \cdot S_2(\sigma_{b,0})$ olur.

Alınmış diskret analoqun dəqiqliyini müəyyən etmək üçün alınmış bərabərliklər əsasında sadə relaksasiya məsələsini həll edək. Relaksasiya məsələsi həll olunarkən $K_{n,j}$, $\delta_{n,j}$ və $\lambda_{n,j}$ əmsallarının hesablanması ayrıca proqram modulları kimi tərtib etmək praktik məsələlərin həllini xeyli asanlaşdırır.

Məsələn, sadə sürüngenlik meyarı (5) bərabərliyi əsasında approksimə olunan halda: $C_0 = 38 \cdot 10^{-6} (MPa)^{-1}$, $A_0 = 38 \cdot 10^{-6} (MPa)^{-1}$ və $\gamma = 0,02 (sutka)^{-1}$ olduqda əmsalların dəyişmə qrafikləri şəkil 1-də verilmişdir.

Aparılmış hesablamalar nəticəsində müəyyən olunmuşdur ki, həll addımın $\Delta t = 5 sutka$ və $\Delta t = 10 sutka$ qiymətlərindəki nəticələrin fərqi bir faizdən azdır. Bu da təklif olunan diskret həll alqoritminin yüksək dəqiqliyə malik olduğunu göstərir.

Relaksasiya məsələsinin həlli asanlıqla proqramlaşdırılır. Turbo Pascal ABC alqoritmik dilində [8] müvafiq proqram modulu tərtib olunmuş və həmin modulun tətbiqi ilə sürüngenlik meyarının (5) bərabərliyi əsasında approksimə olduğu halda $\gamma = 0,02 sutka^{-1}$, $C_0 = 38 \cdot 10^{-6} MPa$, $A_0 = 28 \cdot 10^{-6} MPa$, $\eta_1 = 2$, $m_1 = 4,7$, $\eta_2 = 2,35$, $m_2 = 4$, $E_{b\infty} = 32810,50 MPa$, $R_{b\infty} = 15,57 MPa$, $\beta_E = 0,575$, $\alpha_E = 0,068$, $\beta_R = 0,514$, $\alpha_R = 0,072$, $\sigma_{b0} = 8 MPa$, $\Delta t = 5 sutka$ qəbul olunaraq hesablamalar aparılmışdır.



Şəkil 1 – $K_{n,j}$, $\delta_{n,j}$ və $\lambda_{n,j}$ əmsallarının j indeksindən asılı olaraq dəyişmə qrafikləri:

1 - $K_{n,j}$; 2 - $\delta_{n,j}$; 3 - $\lambda_{n,j}$.

Figure 1 – Graphs of change of coefficients $K_{n,j}$, $\delta_{n,j}$ and $\lambda_{n,j}$ depending on index j :

1 - $K_{n,j}$; 2 - $\delta_{n,j}$; 3 - $\lambda_{n,j}$.

Hesablamaların nəticələri aşağıdakı cədvəldə verilmişdir. Cədvəldən görüldüyü kimi deformasiya modulunun və möhkəmliyin zamana görə artması relaksasiya gərginliyinin son qiymətinə kifayət qədər ciddi təsir göstərir və bu həll metodikaları qurularkən diqqətə alınmalıdır.

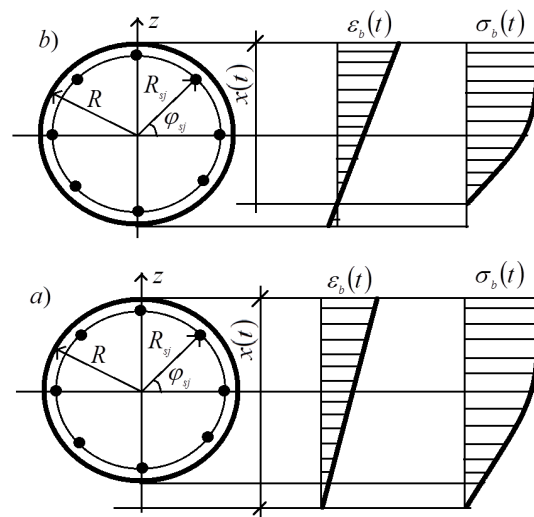
Betonun qeyri-xətti irsi sürüngenliyini nəzərə almaqla sıxılan dəirəvi en kəsikli dəmir-beton elementlərin gərginlik-deformasiya halının və yükləmə qabiliyyətinin təyini metodikasını verək. Qısamüddətli yükləmələr üçün qeyri-xətti deformasiya modeli [9, 13, 15] kifayət qədər işlənsə də uzunmüddətli yükləmələr üçün bunu söyləmək mümkün deyildir [10, 11, 14].

Uzunmüddətli yükləmələr üçün məsələ həll olunarkən betonun sıxılmada qeyri xətti irsi sürüngenliyinin təklif olunan (5) diskret analoqundan istifadə edək. Uzunmüddətli yükləmələrdə də qısamüddətli yükləmələrdə olduğu kimi milin ən çox gərginləşmiş orta kəsiyində neytral oxun şəkl.2-də göstərilən iki halı mümkündür.

Ani yükləmədə olduğu kimi uzunmüddətli yükləmədə də gərginlik-deformasiya halını xarakterizə edən parametrlər kimi $x(t)$,

$\varepsilon_b(t)$ və $\sigma_b(t)$ parametrlərini daxil edək. Onda müstəvi kəsiklər hipotezinin doğruluğunu qəbul etməklə deformasiyanın kəsiyin hündürlüyü boyunca dəyişməsi üçün yazmaq olar:

$$\varepsilon_{bz}(t) = \frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)} \cdot (x(t) - R + z).$$



Şəkil 2 – Uzunmüddətli yükləmədə kəsiyin hesabi sxemi. a) neytral oxun kəsikdən kənarında keçdiyi hal, b) neytral oxun kəsikdən keçdiyi hal.

Figure 2 – Calculation scheme of cross-section in long-term loading. a) the case where the neutral axis passes outside the cross section, b) the case where the neutral axis passes through the cross section.

Cədvəl – Müxtəlif variantlar üçün gərginliyin relaksasiyası

Table – Stress relaxation for different options

$t, sutka$	$\sigma_b, MPa;$ $E_b \neq const ;$ $R_b \neq const$	$\sigma_b, MPa;$ $E_b \neq const ;$ $R_b = const$	$\sigma_b, MPa;$ $E_b = const ;$ $R_b \neq const$	$\sigma_b, MPa;$ $E_b = const ;$ $R_b = const$
14,00	8,0000	8,0000	8,0000	8,0000
19,00	7,3991	7,0311	7,2607	6,8587
24,00	6,6696	6,1676	6,4291	5,9021
29,00	5,9626	5,4407	5,6721	5,1408
34,00	5,3524	4,8513	5,0506	4,5500
39,00	4,8550	4,3837	4,5617	4,0956
44,00	4,4602	4,0168	4,1829	3,7466
49,00	4,1506	3,7303	3,8905	3,4784
54,00	3,9091	3,5073	3,6648	3,2716
59,00	3,7209	3,3336	3,4903	3,1117
64,00	3,5743	3,1984	3,3551	2,9878
69,00	3,4600	3,0929	3,2500	2,8915
74,00	3,3708	3,0106	3,1681	2,8165
79,00	3,3011	2,9462	3,1042	2,7579
84,00	3,2465	2,8958	3,0543	2,7121
89,00	3,2038	2,8562	3,0151	2,6762
94,00	3,1702	2,8252	2,9844	2,6480
99,00	3,1438	2,8007	2,9603	2,6258
104,00	3,1231	2,7815	2,9413	2,6084
109,00	3,1067	2,7663	2,9263	2,5946
114,00	3,0938	2,7544	2,9145	2,5837
119,00	3,0836	2,7449	2,9052	2,5752
124,00	3,0756	2,7375	2,8978	2,5684
129,00	3,0692	2,7315	2,8920	2,5630
134,00	3,0642	2,7269	2,8874	2,5587
139,00	3,0602	2,7231	2,8837	2,5554
144,00	3,0570	2,7202	2,8808	2,5527
149,00	3,0545	2,7179	2,8785	2,5506
154,00	3,0525	2,7160	2,8767	2,5489

V.M. Bondarenkonun tədqiqatlarına əsasən [1] betondakı sıxııcı gərginliklərin kəsiyin hündürlüyü boyunca dəyişməsi

$$\sigma_{bz}(t) = \sigma_b(t) \cdot \left(\frac{x(t) - R + z}{x(t)} \right)^{n_\sigma} \quad (13)$$

kimi ifadə oluna bilər. Burada sıxııcı gərginliklər epürünün dolğunluğunu ifadə edən n_σ parametri aşağıdakı kimi ifadə olunur [1]:

$$n_\sigma = 1 - (1 - f_0) \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b(t)} \right)^{m_\sigma} \quad (14)$$

Uzunmüddətli yükləmələrdə $m_\sigma = \frac{2}{3} \cdot m_1$

götürülə bilər [1]. Ağır betonlar üçün $f_0 = 0,11$. Betonda yaranan sıxııcı gərginliklərdən formalaşan normal qüvvə və əyici moment materiallar müqavimətinin müvafiq düsturları əsasında aşağıdakı kimi yazılırlar:

$$N_b(t) = 2 \cdot \sigma_b(t) \cdot \int_0^R \left(\frac{x(t) - R + z}{x(t)} \right)^{n_\sigma} \cdot \sqrt{R^2 - z^2} dz \quad (15)$$

$$M_b(t) = 2 \cdot \sigma_b(t) \cdot \int_q^R \left(\frac{x(t) - R + z}{x(t)} \right)^{n\sigma} \cdot z \cdot \sqrt{R^2 - z^2} dz \quad (16)$$

Bu inteqralların aşağı sərhəddi neytral oxun vəziyyətindən asılı olaraq

$$q = \begin{cases} -R, & x(t) \geq 2R \text{ olduqda} \\ R - x(t), & 0 < x(t) < R \text{ olduqda} \end{cases}$$

kimi təyin olunur. (15) və (16) inteqrallarının analitik hesablanması mümkün olmadığından onlar ədədi olaraq istənilən dəqiqliklə trapeziya üsulu ilə $z \in [q, R]$ inteqrallama oblastını n bərabər hissəyə bölməklə hesablanırlar [12]:

$$N_b(t) = 2 \cdot \sigma_b(t) \cdot \frac{R - q}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{x(t) - R + z_j}{x(t)} \right)^{n\sigma} \cdot \sqrt{R^2 - z_j^2}; \quad (17)$$

$$z_j = q + j \cdot \frac{R - q}{n}$$

$$M_b(t) = 2 \cdot \sigma_b(t) \cdot \frac{R - q}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{x(t) - R + z_j}{x(t)} \right)^{n\sigma} \cdot z_j \cdot \sqrt{R^2 - z_j^2}; \quad (18)$$

$$z_j = q + j \cdot \frac{R - q}{n}$$

Bu ifadələr yazılarkən inteqralları funksiyaların inteqrallama oblastının sərhəddində sınırlaşdığı diqqətə alınmışdır. Armatür millərinin deformasiyaları da müstəvi kəsiklər hipotezi əsasında $\varepsilon_b(t)$ və $x(t)$ parametrləri ilə ifadə olunur [13]:

$$\varepsilon_{sj}(t) = \frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)} \cdot (x(t) - R + R_{sj} \cdot \sin \varphi_{sj});$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, k_s$$

Onda armatür millərinin məhdud axma meydançası olan diaqram üzrə deformasiya etdiyini qəbul edərək bu millərdə yaranan

gərginliklər də $\varepsilon_b(t)$ və $x(t)$ parametrləri ilə aşağıdakı kimi ifadə oluna bilərlər:

$$\sigma_{sj}(t) = \begin{cases} E_{sj} \cdot \frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)} \cdot (x(t) - R + R_{sj} \cdot \sin \varphi_{sj}); \\ \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)} \cdot (x(t) - R + R_{sj} \cdot \sin \varphi_{sj}) \right| < \varepsilon_{s,axj} \\ \text{olduqda} \\ R_{sj} \cdot \text{sign} \left(\frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)} \cdot (x(t) - R + R_{sj} \cdot \sin \varphi_{sj}) \right); \\ \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)} \cdot (x(t) - R + R_{sj} \cdot \sin \varphi_{sj}) \right| \geq \varepsilon_{s,axj} \\ \text{olduqda} \end{cases} \quad (19)$$

Bu bərabərliklər əsasında armatür millərindəki gərginliklərdən formalaşan normal qüvvə və əyici moment üçün alırıq ki,

$$N_s(\varepsilon_b(t), x(t)) = \sum_{j=1}^{k_s} \sigma_{sj}(t) \cdot A_{sj};$$

$$M_s(\varepsilon_b(t), x(t)) = \sum_{j=1}^{k_s} \sigma_{sj}(t) \cdot A_{sj} \cdot R_{sj} \cdot \sin \varphi_{sj} \quad (20)$$

Daxili qüvvə parametrləri təyin olunduqdan sonra ən çox gərginləşmiş orta kəsik üçün mərkəzdən xaric sıxılmada milin boyuna əyilməsi də nəzərə alınaraq müvazinət tənliklərini yazırıq:

$$N_b(\varepsilon_b(t), x(t)) + N_s(\varepsilon_b(t), x(t)) = P(t) \quad (21)$$

$$M_b(\varepsilon_b(t), x(t)) + M_s(\varepsilon_b(t), x(t)) = P(t) \cdot (e + f(t)) \quad (22)$$

Burada e sıxıcı qüvvənin eksentrisiteti, $f(t)$ isə orta kəsiyin əyintisidir. Bu əyinti $\varepsilon_b(t)$ və $x(t)$ parametrləri ilə

$$f(t) = \rho_* \cdot \frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)}; \quad \rho_* = \frac{l_0^2}{\pi^2} \quad (23)$$

kimi ifadə oluna bilər [3,10,11].

Nəhayət, orta kəsiyin sıxılan üzü üçün betonun sıxılmada irsi sürüngenlik tənliyinin diskret analoquunu yazırıq:

$$\varepsilon_b(t) = \frac{\sigma_b(t)}{E_b(t)} \cdot \left[1 + \eta_1 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b(t)} \right)^{m_1} \right] - \lambda_{n,n} \cdot \sigma_b(t) \cdot \left[1 + \eta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b(t)} \right)^{m_2} \right] - Q_n \quad (24)$$

Beləliklə, alınmış (17-24) bərabərlikləri gərginlik-deformasiya halını xarakterizə edən daxil edilmiş $\varepsilon_b(t)$, $\sigma_b(t)$, $x(t)$, $f(t)$, $N_b(t)$, $M_b(t)$, $N_s(t)$, $M_s(t)$ və $n_\sigma(t)$ parametrlərinə nəzərən baxılan məsələnin həlledici qeyri-xətti tənliklər sistemi olur. Qeyd etmək lazımdır ki, yükləmənin başlanğıcında, yəni $t = t_0$ olduqda başlanğıc şərtlər qısamüddətli yükləmələr üçün aparılan hesablamalar əsasında təyin olunurlar. İxtiyari t zaman anı üçün məsələnin həlli aşağıda şərh olunan alqoritm əsasında aparılır. Əvvəlcə (21) və (22) bərabərliklərindən qüvvə parametri yox edilərək $\varepsilon_b(t)$ və $x(t)$ parametrləri arasında əlaqə yaranan aşağıdakı bərabərlik alınır:

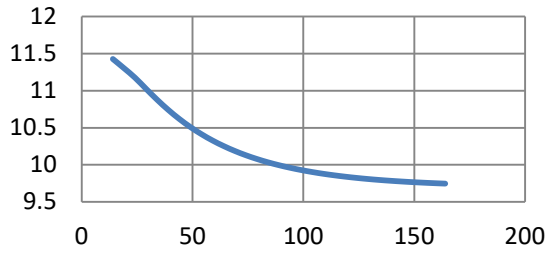
$$\Phi_b(\varepsilon_b(t), x(t)) = M_b(\varepsilon_b(t), x(t)) + M_s(\varepsilon_b(t), x(t)) - (N_b(\varepsilon_b(t), x(t)) + N_s(\varepsilon_b(t), x(t))) \cdot \left(e + \rho_* \cdot \frac{\varepsilon_b(t)}{x(t)} \right) = 0 \quad (25)$$

Bu bərabərlikdən deformasiyanın məlum qiymətində həmin deformasiyaya uyğun $x(t)$ parametrinin qiyməti birməchullu tənliyin həlli kimi təyin olunur. Deformasiyanın qiyməti qəbul olunaraq (25) bərabərliyindən $x(t)$ parametri tapılır. (17) və (20) bərabərlikləri əsasında $N_b(\varepsilon_b(t), x(t))$ və $N_s(\varepsilon_b(t), x(t))$ qüvvələri hesablandıqdan sonra $\Psi = N_b(\varepsilon_b(t), x(t)) + N_s(\varepsilon_b(t), x(t)) - P$ funksiyasının qiyməti tapılır. Müəyyən addımla deformasiyanın qiyməti dəyişdirilərək Ψ funksiyasının qiyməti bu funksiya

işarəsini dəyişənə qədər davam etdirilir. Ψ funksiyası işarəsini dəyişdiyi interval $\Psi = N_b(\varepsilon_b(t), x(t)) + N_s(\varepsilon_b(t), x(t)) - P = 0$ tənliyinin kökünün yeləşdiyi interval olur. Bundan sonra kökün qiyməti parçanı yarıya bölmə üsulu ilə istənilən dəqiqliklə dəqiqləşdirilə bilər. $\varepsilon_b(t)$ deformasiyasının tapılmış qiymətində çox asanlıqla yuxarıda verilmiş bərabərliklər əsasında gərginlik-deformasiya halını xarakterizə edən digər parametrlər hesablanırlar. Bu həll alqoritmı asanlıqla proqramlaşdırıla bilər və Turbo Pascal ABC alqoritmik dilində şərh olunan həll alqoritmını realizə edən proqram modulu tərtib olunmuşdur.

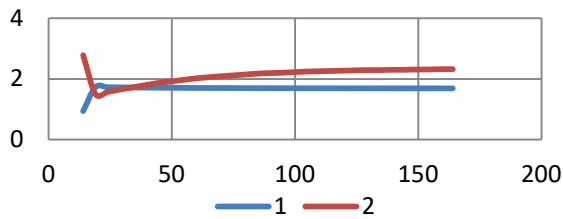
Tərtib olunmuş proqram modulunun tətbiqi ilə ədədi eksperiment aparılmışdır. İlk verilənlər: sütunun en kəsiyinin radiusu $R = 0,25 \text{ m}$, sütun ağırlıq mərkəzlərinin yerləşdiyi çevrənin radiusu $R_{sj} = 0,21 \text{ m}$ olan $A 400$ sinifli $8 \varnothing 22$ armaturla armirlənmişdir. Ümumi halda betonun elastiklik modulu və möhkəmliyinin zamana görə dəyişdiyi qəbul olunur və hesablamalar zamanı $E_{b\infty} = 32898,02 \text{ MPa}$, $R_{b\infty} = 15,637 \text{ MPa}$, $\beta_E = 0,575$, $\alpha_E = 0,067 (\text{sutka})^{-1}$, $\beta_R = 0,546$, $\alpha_R = 0,072 (\text{sutka})^{-1}$, $R_s = R_{sc} = 350 \text{ MPa}$. Betonun sürüngenliyini xarakterizə edən parametrlər $C_0 = 34 \cdot 10^{-6} (\text{MPa})^{-1}$, $A_0 = 42 \cdot 10^{-6} (\text{MPa})^{-1}$, $\gamma = 0,02 (\text{sutka})^{-1}$, yükləmə anı $t_0 = 14 \text{ sutka}$, sütunun hesabi uzunluq $l_0 = 5 \text{ m}$, sütun $e = 0,01 \text{ m}$ təsadüfi eksentrisitetlə sıxılır. Baxılan element $P = 2,42902 \text{ MN}$ qüvvə ilə sıxılır, qeyri xəttilik parametrləri $\eta_1 = 2,0$, $m_1 = 4,7$, $\eta_2 = 2,35$, $m_2 = 4,7$. Başlanğıc parametrlər

üçün $\varepsilon_b(0) = 0,001031317$, $x(0) = 0,9381 m$,
 $f(0) = 0,00278 m$, $N_b(0) = 1,9690 MN$,
 $M_b(0) = 0,01631 MN$, $N_s(0) = 0,46005 MN$,
 $M_s(0) = 0,01474 MN$, $n_\sigma(0) = 0,33177$
alınmışdır.



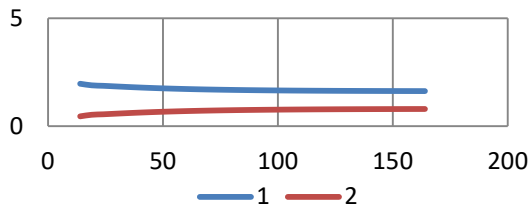
Şəkil 3 – Ən çox gərginləşmiş kəsiyin sıxılan üzündə betondakı $\sigma_b(t)$; MPa gərginliyinin t ; $sutka$ zamanına görə dəyişmə qrafiki

Figure 3 – Graph of change of stress $\sigma_b(t)$; MPa in concrete with time t ; day on the compressed surface of the most stressed section



Şəkil 4 – 1) – neytral oxun vəziyyətini təyin edən $x(t)$; m parametrinin; 2) – əyintinin $f(t)$; mm t ; $sutka$ zamanına görə dəyişmə qrafiki

Figure 4 – 1) – parameter $x(t)$; m , which determines the position of the neutral axis; 2) – graph of the change of time according to the time $f(t)$; mm t ; day



Şəkil 5 – 1) – betonun payına düşən $N_b(t)$; MN qüvvəsinin; 2) – armaturun payına düşən $N_s(t)$; MN qüvvəsinin t ; $sutka$ zamanına görə dəyişmə qrafiki.

Figure 5 – Graph of change of 1- $N_b(t)$; MN force per share of concrete; 2 - $N_s(t)$; MN force per share of reinforcement t ; day per time

Hesablamalar nəticəsində, həmçinin müəyyən olunmuşdur ki, sürüngenliyin hesabına daxili gərginliklərin yenidən paylanması nəticəsində ən çox gərginləşmiş orta kəsiyin sıxılan üzündə betondakı gərginliyin qiyməti $\sigma_b(t = 14 sutka) = 11,4257 MPa$ qiymətindən $\sigma_b(t = 164 sutka) = 9,7475 MPa$ qədər azaldığı halda, sıxılan üzə ən yaxın armaturda gərginliyin qiyməti

$\sigma_{s3}(t = 14 sutka) = 197,82 MPa$ qiymətindən $\sigma_{s3}(t = 164 sutka) = 301,65 MPa$ qiymətinə qədər artmışdır. Aşağıdakı şəkl.3-də kəsiyin sıxılan üzündə deformasiyanın zamana görə azalma qrafiki verilmişdir.

Bu şəkildən görünür ki, sürüngenlik prosesi başa çatdıqdan sonra bu üzə gərginliyin qiyməti stabilləşir. Həmişinin betondakı sıxıcı gərginliklərin dolğunluq əmsalı da $n_\sigma(t = 14 sutka) = 0,33177$ qiymətindən $n_\sigma(t = 164 sutka) = 0,79758$ qədər artmışdır ki, bu da sürüngenliyin hesabına betondakı sıxıcı gərginliyin azalması ilə əlaqədardır.

Baxılan misal bir daha onu göstərir ki, dəmir-beton elementlərin gərginlik-deformasiya halının tədqiqində betonda gedən uzunmüddətli proseslərin rolu önəmlidir və hesablamalarda mütləq diqqətə alınmalıdır.

Hesablamanın digər nəticələri uyğun olaraq şəkl.4 və şəkl.5-də verilmişdir.

Nəticə

Betonun qeyri xətti irsi sürüngenliyinin inteqral tənliyinin yüksək dəqiqliyə malik olan diskert analoqu qurulmuşdur ki, bu da ixtiyari hesabi zaman anı üçün məsələnin həllini qısa-

müddətli statik yükləmələr üçün məsələnin həllinə gətirmiş olur.

Ədədi misallarda göstərilmişdir ki, betonun deformasiya modulunun və sıxılmada möhkəmliyinin zamana görə artması relaksasiya prosesinə və sıxılan dəmir-beton elementlərin gərginlik-deformasiya halına kifayət qədər ciddi təsir göstərir və hesablamalarda bu diqqətə alınmalıdır.

Betonda gedən uzunmüddətli proseslər nəticəsində gərginliyin yenidən paylanması prosesi baş verir. Betondakı sıxıcı gərginliklər

epürünün dolğunluq əmsalı zaman keçdikcə böyüyür. İşlənmiş hesablama metodikası betonun sürüngenlik meyarının ifadəsinə heç bir məhdudiyət qoymadan vahid bir alqoritm əsasında sıxılan dairəvi en kəsikli dəmir-beton elementləri betonun qeyri-xətti irsi sürüngenliyi nəzərə alınmaqla hesablamağa imkan verir.

Təklif olunan həll alqoritmını realizə edən Turbo Pascal ABC alqoritmik dilində tərtib olunmuş proqram modulu müxtəlif təyinatlı ədədi eksperimentlər aparmağa imkan verir.

REFERENCES

1. **Bondarenko V.M., Bondarenko S.V.** Inzhenernye metody nelinejnoj teorii zhelezobetona. M.: *Strojizdat*, 1982. 287 s.
2. **Aleksandrovskij S.V.** Polzuchest i usadka betona i zhelezobetonnyh konstrukcij. M.: *Strojizdat*, 1976. 349 s.
3. **Gadzhiev M.A.** Prochnost i ustojchivost zhelezobetonnyh sterzhnevnyh elementov s primeneniem nelinejnyh diagramm deformirovaniya materialov. Avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni doktora tekhnicheskix nauk, Baku, 2007. 38 s.
4. **Prokopovich I.E., Zedgenidze V.A.** Prikladnaya teoriya polzuchesti. M.: *Strojizdat*, 1980. 232 s.
5. **Mordovskij S.S.** Sovershenstvovanie rascheta prochnosti vnecentrenno szhatyh zhelezobetonnyh elementov. Avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tekhnicheskix nauk, Samara, 2013. 22 s.
6. **Darkov A.V., Shaposhnikov N.N.** Stroitel'naya mekhanika. Sankt-Peterburg: *Lan*, 2010. 656 s.
7. **Hacıyev M.Ə., Həsənov F.Q.** İnşaat konstruksiyaları mexanikasının praktik kursu. Bakı: *MARSPRİNT*, 2012. 768 s.
8. **Pavlovskaya T.A.** Paskal programmirovaniye na yazyke vysokogo urovnya. Sankt-Peterburg: *Piter*, 2010. 464s.
9. **Kodysh E.N., Nikitin I.K., Trekin N.N.** Raschet zhelezobetonnyh konstrukcij iz tyazhelogo betona po prochnosti, treshchinostojkosti i deformaciyam. M.: *ASV*, 2011. 352 s.
10. **Sanzharovskij R.S., Veselov A.A.** Teoriya rascheta stroitelnyh konstrukcij na ustojchivost i sovremennye normy. - Sankt-Peterburg-Moskva: *ASV*, 2001. 126 s.
11. **Beglov A.D., Sanzharovskij R.S.** Teoriya rascheta zhelezobetonnyh konstrukcij na prochnost i ustojchivost. Sovremennye normy i Evrostandarty. Sankt-Peterburg. M.: *ASV*, 2006. 222s.
12. **Vorobyev E.S., Vorobyeva V.G.** Chislennye metody i matematicheskoe modelirovaniye. Osnovy chislennyh metodov i priemy postroeniya matematicheskix na ih osnove i eti resheniya v razlichnyh paketah. Kazan: *Izdatelstvo Kazanskogo Nacionalnogo Issledovatel'skogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2016. 105 s.
13. **Gajhiev M.A., Alaeva S.M.** Ocenka tochnosti uprosheennyh diagramm evrostandartov pri issledovanii nesushchej sposobnosti zhelezobetonnyh kolonn // *Vestnik Azerbajdzhanskoj inzhenernoj akademii*, Baku, 2012, tom 4, №1, s.65-79.
14. **Gajiev M.A., Halilov G.A., Alaeva S.M.** Uravnenie polzuchesti betona s niskhodyashchej vetvyu i reshenie relaksacionnyh zadach na ego osnove // *Vestnik Azerbajdzhanskoj inzhenernoj akademii*, Baku, 2017, tom 9, №3, s.118-127.
15. **Gajiev M.A., Aliev E.R.** Izgib zhelezobetonnyh elementov pryamougolnogo secheniya po diagrammam evrostandartov // *Vestnik Azerbajdzhanskoj inzhenernoj akademii*, Baku, 2012, tom 4, №2, s.81-90.

Daxil olub: 12.09.2021
Tamamlanıb: 14.12.2021
Qəbul edilib: 20.12.2021