

UOT 582.259.3

DOI 10.52171/herald.304

Modeling of Fuzzy Z-Number Control System Based on Interpolation Approach Mechanism

K.A. Mammadova, A.A. Alieva

Azerbaijan State Oil and Industry University (Baku, Azerbaijan)

For correspondence:

Kifayat Mammadova / e-mail: ka.mamedova@yandex.ru

Annotation

In most cases, in the modeling of fuzzy control systems, the reliability of the linguistic values of the variables in the rule base is of great importance. It is important to design the inference mechanism taking into account the reliability of the fuzzy values of the variables of the rules. For this purpose, fuzzy rules based on the Z number, which include the restrictions and reliability of information, are constructed. The interpolation of fuzzy rules is presented for the design of the inference engine of a system based on fuzzy rules. A mathematical model of a fuzzy inference system based on an interpolative mechanism is developed. A fuzzy control system with the Z number for controlling a dynamic object is modeled based on the interpolative inference mechanism. The transition process of the designed controller is compared with the transition process of a conventional fuzzy controller. The obtained comparative results demonstrate the suitability of the modeled systems in controlling dynamic objects.

Keywords: fuzzy interpolation, interpolative inference, Z-number, dynamic object, fuzzy control system.

Submitted 9 November 2025

Published 22 September 2025

For citation:

K.A. Mammadova, A.A. Alieva

[Modeling of Fuzzy Z-Number Control System Based on Interpolation Approach Mechanism]

Herald of the Azerbaijan Engineering Academy, 2025, vol. 17 (3), pp. 119-130

Z ədədli qeyri-səlis idarəetmə sisteminin interpolativ yanaşma mexanizmi əsasında modelləşdirilməsi

K.A. Məmmədova, Ə.Ə. Əliyeva

Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti (Bakı, Azərbaycan)

Xülasə

Qeyri-səlis idarəetmə sistemlərinin modelləşdirilməsində əksər hallarda qaydalar bazasında dəyişənlərin lingvistik qiymətlərinin etibarlılığı mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Qaydaların dəyişənlərinin qeyri-səlis qiymətlərinin etibarlılıq dərəcəsini nəzərə alaraq nəticə çıxarma mexanizminin layihələndirilməsi əhəmiyyət kəsb edir. Bu məqsədlə məlumatın məhdudiyyət və etibarlılıq dərəcələrini özündə birləşdirən Z ədədinə əsaslanan qeyri-səlis qaydalar qurulur. Qeyri-səlis qaydalara əsaslanan sistemin nəticə çıxarma mühərrikinin layihələndirilməsi üçün qeyri-səlis qaydaların interpolasiyası təqdim olunur. Interpolativ mexanizmə əsaslanan qeyri-səlis nəticə çıxarma sisteminin riyazi modeli işlənilib hazırlanmışdır. Interpolativ nəticə çıxarma mexanizmi əsasında dinamik obyektin idarə edilməsi üçün Z ədədli qeyri-səlis idarəetmə sisteminin modelləşdirilmişdir. Layihələndirilmiş tənzimləyicinin keçid prosesi adi qeyri-səlis tənzimləyicinin keçid prosesi ilə müqayisə edilir. Alınmış müqayisəli nəticələr dinamik obyektlərin idarə edilməsində modelləşdirilmiş sistemlərin uyğunluğunu nümayiş etdirir.

Açar sözlər: qeyri-səlis interpolasiya, interpolativ nəticə çıxarma, Z ədədi, dinamik obyekt, qeyri-səlis idarəetmə sistemi

Моделирование нечеткой системы управления Z-числом на основе механизма интерполяционного подхода

К.А. Мамедова, А.А. Алиева

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности (Баку, Азербайджан)

Abstract

При моделировании нечетких систем управления надежность лингвистических значений переменных в базе правил часто имеет большое значение. Важно разработать механизм вывода с учетом степени надежности нечетких значений переменных правила. Для этого устанавливаются нечеткие правила на основе числа Z, включающего в себя степень ограничения и достоверности информации. Интерполяция нечетких правил введена для проектирования механизма вывода системы, основанной на нечетких правилах. Разработана математическая модель системы нечеткого вывода на основе интерполяционного механизма. Смоделирована система нечеткого управления по Z-числу для управления динамическим объектом на основе механизма интерполяционного вывода. Процесс переключения разработанного контроллера сравнивается с процессом переключения обычного нечеткого контроллера. Полученные сравнительные результаты демонстрируют пригодность моделируемых систем для управления динамическими объектами.

Ключевые слова: нечеткая интерполяция, интерполяционный вывод, число Z, динамический объект, нечеткая система управления.

Giriş

Müasir sənaye və digər oxşar sahələrdə bəzi dinamik qurğular, hərəkət edən obyektlər ətraf mühitin qeyri-müəyyənliyi, qeyri-dəqiqliyi və natamam informasiyalar ilə xarakterizə olunur. Bu tip dinamik obyektləri idarə etmək üçün istifadə olunan deterministik modellər adətən prosesləri adekvat təsvir etmək imkanına malik olmur. Bu obyektlərin modelləşdirilməsi və idarə edilməsinin ən səmərəli və etibarlı yollarından biri If-Then qaydalarına əsaslanan qeyri-səlis idarəetmə sistemlərindən istifadə edilməsidir. Qeyri-səlis idarəetmə sistemlərinin baza qaydaları əsasən ekspertlərin və ya təcrübəli mütəxəssislərin biliklərindən istifadə etməklə qurulur. Bəzən mütəxəssislər, yaxud da istənilən istifadəçi qeyri-müəyyən, qeyri-dəqiq, natamam informasiyalardan istifadə edərək rəşional qərar qəbul ediblər. Qeyri-səlis məntiq qeyri-müəyyən və qeyri-dəqiq bilikləri idarə etməyə imkan verir və onların əsaslandırılması üçün güclü strukturu təqdim edir. Dinamik sistemlərin modelləşdirilməsində baza qaydaların qurulması və bu qaydalar-dakı dəyişənlərin linqvistik qiymətlərinin etibarlılığının təmin olunması vacib məsələ hesab edilir. Qərar qəbuletmə modulunun layihələndirilməsi zamanı qeyri-səlis If-Then qaydalarında istifadə olunan qeyri-səlis qiymətlərin etibarlılıq dərəcəsinin nəzərə alınması böyük əhəmiyyət kəsb edir. Bu qərar qəbuletmə me-xanizminin təsviri çox mürəkkəbdir. Onun simulyasiyası da çətin və çox mərhələlidir. L. Zadə etibarlılıq dərəcəsi ilə bağlı qeyri-müəyyən və qeyri-dəqiq verilənlərlə işləmək üçün Z qeyri-səlis ədədini təklif etdi. Z ədədi qeyri-səlis məhdudiyyət və etibarlılıq haqqında mə-lumatı təsvir edir [1]. Son zamanlarda qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi müasir dövrün müxtəlif problemlərinin həllində daha geniş şəkildə tətbiq olunur. Bu tədqiqat işlərinin əksəriyyəti tip-1 və ya tip-2 qeyri-səlis sistemlə-

rə əsaslanır. Bu tədqiqatlarda məlumatın etibarlılığı nəzərə alınır. L. Zadə tərəfindən elmə daxil edilən Z ədədləri qeyri-səlis məhdudiyyəti və qeyri-səlis idarəetmə sisteminin etibarlılığını ifadə etməyə imkan verir. Z ədədlərinə əsaslanan sistemlər bir çox tədqiqat işlərində geniş müzakirə edilmiş və layihələndirilmişdir [1-2]. Klassik qeyri-səlis çoxluqla müqayisədə Z ədədli qeyri-səlis çoxluq insan biliyini daha adekvat təsvir edir. Belə ki, insan hər hansı bir fikri söyləyərkən, onun həm doğruluq, həm də inam dərəcəsini intuisiyasına görə müəyyən-ləşdirməyə çalışır. Fikrin inam dərəcəsi onun nə qədər doğru olması ehtimalını ifadə edir. Məsələn, əgər ekologiyanın çirklənməsi ehti-malının yüksək olmasını təsdiqləyən səbəb varsa, onda burada iki cür qeyri-müəyyənlik meydana gəlir. Birincisi ekologiya nə dərəcədə çirklidir, ikincisi isə bu fikrin yaranma səbəbi nə dərəcədə doğrudur. Əslində $[0,1]$ parçasında verilən ehtimalın özü də qeyri-səlis ədəddir. Odur ki, insanın hər bir fikrinin iki istiqamətdə qeyri-müəyyənlik ölçüsü mövcuddur. Bunlar-dan biri fikrin doğruluq dərəcəsi, digəri isə fikrin doğruluq dərəcəsinə əminlik dərəcəsidir. Bu dərəcələrin hər ikisini qeyri-səlis ədədlərlə təsvir etmək mümkündür. Z-ədədi bu iki qeyri-səlis ədəddən ibarət olan bir vektordur. Təklif olunan nəzəriyyə informasiyanın həm məhdudiyyətini, həm də etibarlılığını təsvir edə bil-lər [1].

Müasir ədəbiyyatlarda qeyri-səlis nəticə çıxarma sistemlərinin tətbiqi ilə mürəkkəb qeyri-xətti problemlərin sadə, lakin effektiv həllini təmin edir [3]. Verilənlərin həcmindən asılı olmayaraq tədqiqat oblastında qeyri-bərabər paylana biləcəyini nəzərə alsaq, klassik qeyri-səlis nəticə çıxarma sistemlərinin çox seyrək, çox mürəkkəb yaxud da balanssız qay-dalar bazasına malik olarsa çətinlik yarana bil-lər. Qeyri-səlis interpolasiya isə bu problemi həll edir. O, seyrək qayda bazası verilmiş gi-

rişi əhatə etmədikdə, seyrək qayda bazaları ilə qeyri-səlis nəticələr çıxarmağa imkan verir və müəyyən qaydaları qonşu olanlarla yaxınlaşdıraraq çox sıx qayda əsaslarını sadələşdirir. Bu işdə qeyri-səlis interpolyasiya yanaşmalarının müxtəlif növləri və onların variasiyaları həm interpolyasiya mexanizmi (çıxarma mexanizmi), həm də seyrək qaydalar bazasının yaradılması baxımından sistematik şəkildə nəzərdən keçirilir. İdarəetmə sahəsində qeyri-səlis interpolyasiyanın representativ tətbiqləri nəzərdən keçirilir. Qeyri-səlis interpolyasiya yanaşmalarının effektivliyi və daha geniş tətbiq potensialı təqdim edilir.

Hazırda Z ədədi anlayışı geniş araşdırılır və müxtəlif məsələlərin həllində tətbiq edilir. [2, 3]-də Z ədədlərindən istifadə edilərək çoxmeyarlı qərar qəbul etmə məsələsinin həllinə baxılmışdır. Lakin bu tədqiqatlarda təklif olunan yanaşma [4]-də təqdim olunan yanaşma əsasında Z ədədinin qeyri-səlis ədədlərə çevrilməsinə əsaslanır. [5]-də çoxmeyarlı qərar qəbul etmək üçün Z ədədindən istifadə edilir. Burada Z ədədi qeyri-müəyyənlik yolu ilə interval qeyri-səlis çoxluğa çevrilir və sonra mərkəzin hesablanması ilə qərar qəbul etmək üçün dəqiq ədədlərə çevrilir. Bu tədqiqatçılar təqdim olunan yanaşmanın üstünlüklərini tədqiqatın hesablama mürəkkəbliyinə əsaslanaraq təqdim edirlər.

Lakin, Z ədədlərinin səlis ədədlərə çevrilməsi xeyli informasiya itkisinə səbəb ola bilər. Buna görə də belə çevrilmə, layihə edilmiş dinamik obyektin, qeyri-səlis idarəetmə sisteminin işinə təsir göstərə bilər. Məqalə [6]-də təbii dillə daxil edilən informasiyanın qeyri-müəyyənliyinin qavranılmasında Z ədədindən istifadə və insana effektiv perspektivlərini sözlərlə hesablama ilə (CWW) birləşdirmək təklif edilir. [7]-də AHP (Analytical Hierarchy Process)-yə Z ədədinə əsaslanan yanaşmanın tətbiqi nəzərdən keçirilir. Təqdim olunan bu iş də

[4]-də təklif olunan yanaşmaya əsaslanır. [8]-də təklif edilən intervalla, qeyri-səlis və qeyri-müəyyənliyə malik Z ədədinə əsasən qərar qəbul etmə üçün ədalətli qiymət yanaşması nəzərdən keçirilir. Z ədədlərindən istifadə etməklə arifmetik əməliyyatlar və qərarların qəbulu üzrə bir sıra tədqiqat işləri yerinə yetirilmişdir. Qərarların qəbulu, idarəetmə və modelləşdirmədə Z ədədlərinin tətbiqi layihə edilmiş sistem üçün səmərəli nəticə çıxarma mexanizmindən istifadə etməlidir. Müəlliflər [9]-də nəticə çıxarma prosesində Z interpolyasiyasından istifadə etməyi təklif edirlər. Koçzi və Hirota seyrək qeyri-səlis qaydalar bazasında interpolyativ mülahizəni məqsəd kimi qoydular [10]. Bu üsul modus ponens-in məntiqi şərhini saxlayır. Metod məsafəyə əsaslanan təxmini qeyri-səlis əsaslandırma [10, 11]. Qeyri-səlis çoxluqlar üçün çoxlu müxtəlif məsafə yanaşmaları mövcuddur. Bunlara mütləq məsafə, Evklid məsafəsi, uyğunsuzluq ölçüsü, Hausdorff ölçüsü və Kaufman və Qupta ölçüsü daxildir. [11]-də bu ölçülərin əsas çatışmazlığı kimi qeyri-səlis çoxluqların mənsubiyyət funksiyasının forması haqqında məlumatın daha çox itirilməsi kimi təqdim edilir. İki qeyri-səlis A və B çoxluğu üçün məsafə ölçüsündən istifadə edərək qeyri-səlis $\tilde{A}$ çoxluğu verildikdə, ikinci qeyri-səlis $\tilde{B}$ çoxluğunu qurmaq mümkün deyil. İşdə qeyd edilir ki, bu problemi həll etmək üçün Koczi ölçüsündən istifadə edilə bilər. Koczi məsafəsi iki qeyri-səlis çoxluğun α -kəsiklərinə əsaslanır. Koczu ölçüsündən istifadə edilərək qeyri-səlis interpolyativ əsaslandırma təklif edilmişdir. İnterpolyativ təxmini əsaslandırma müxtəlif məsələlərin həllinə tətbiq edilmişdir. Bu işlərdə Z ədədinə əsaslanan qeyri-səlis qaydalar üçün interpolyativ təxmini əsaslandırmanın əldə edilməsi nəzərdən keçirilir. Daha sonra təklif edilmiş metod dinamik idarəetmə sisteminin modelləşdirilməsinə tətbiq edilir. Məqalədə dinamik

qurğunun idarəetmə sisteminin layihələndirilməsində Z ədədləri üçün interpolativ təxmini əsaslandırma tətbiq edilmişdir.

Qeyri-səlis qaydaların interpolasiyası

Qeyri-səlis qaydaların interpolasiyası (QSQİ), qeyri-səlis qaydalar bazası ilə işləyən sistemlərdə natamam və ya qeyri-dəqiq qaydalar arasında nəticələr əldə etmək üçün istifadə edilən bir texnikadır. QSQİ, qaydalar arasındakı boşluqları dolduraraq nəticə çıxarmağa imkan verir. Bu metod, klassik qeyri-səlis əsaslandırmanın mümkün olmadığı hallarda tətbiq edilir. QSQİ-nin tətbiqində məqsəd, qeyri-səlis qaydalar bazasında müəyyən giriş verilənlərinə uyğun dəqiq nəticələr əldə etmək, tam qaydalar bazası olmayan hallarda interpolasiya yolu ilə nəticələri təxmin etməkdir. QSQİ, qeyri-səlis məntiqin daha geniş tətbiq sahələrində uğurla istifadə edilən güclü bir metod olub, informassiyaların məhdud, natamam, qeyri-dəqiq olduğu hallarda daha səmərəli nəticələr əldə etməyə imkan verir. QSQİ bir sıra üstünlüklərə malikdir, belə ki, o, natamam qaydalar bazası ilə işləyə bilər, hətta giriş verilənləri dəqiq olmadıqda belə nəticə çıxara bilər, daha elastikdir və reallıqda rast gəlinən qeyri-müəyyənlikləri idarə etməyə imkan verir.

Məqalədə qeyri-müəyyən məlumatları emal etmək və layihələndirilən sistemlərin məhsuldarlığını artırmaq üçün müxtəlif qeyri-səlis əsaslandırma üsullarından istifadə edilir. Bu qeyri-səlis mülahizə üsulları, əsasən kompozisiya üzrə nəticə çıxarma qaydasına, analogiya və oxşarlığa əsaslanır. Qeyri-səlis məntiqin nəticə çıxarma texnikası bir növ insanın düşünmə qabiliyyətinə oxşayır.

Bu əsaslandırma metodlarının sürəti, emal imkanları və mürəkkəbliyi mühüm məsələlərdir. Bu işdə, qaydaların qeyri-səlis interpolasiyasına əsaslanan nəticədən istifadə olu-

nur. Qeyri-səlis qaydaların interpolasiyası Koczi və Hirota [10, 11] tərəfindən təklif edilir və seyrək qaydalar bazasında istifadə üçün nəzərdə tutulmuşdur. Məntiqi nəticə çıxarma mexanizmi aşağıdakı şərtlərin yerinə yetirilməsini tələb edir: istifadə olunan qeyri-səlis çoxluqlar davamlı, qabarıq və məhdud dəstəkli normal olmalıdır. Təklif olunan nəticə çıxarma metodu məsafə ölçüsünə əsaslanır. Burada iki qeyri-səlis çoxluğun məsafə ölçüsü $[0,1]$ intervalında müəyyən edilmiş qeyri-səlis çoxluqdan istifadə etməklə təsvir edilir. İstifadə olunan məsafə ölçüsü α -kəsiyə əsaslanır.

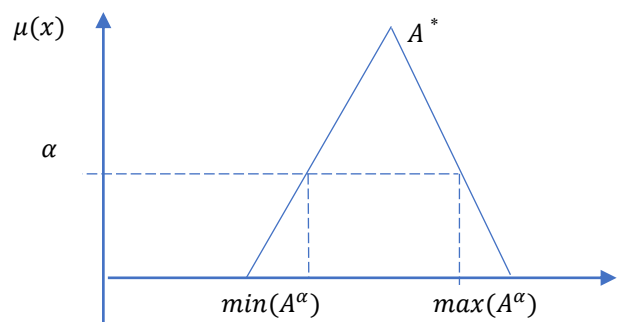
İki qeyri-səlis A_1 və A_2 çoxluğu üçün istifadə olunan bəzi anlayışları yada salaq. A_1 və A_2 qeyri-səlis çoxluqların α -kəsiyi A_1^α və A_2^α kimi işarələyək.

Belə qəbul edək ki, A_1 qeyri-səlis çoxluğu A_2 qeyri-səlis çoxluğundan kiçikdir; yəni $A_1 < A_2$, əgər

$$\min\{A_1^\alpha\} < \min\{A_2^\alpha\} \quad (1)$$

$$\sup\{A_1^\alpha\} < \sup\{A_2^\alpha\}, \quad (2)$$

burada, $\min\{A_1^\alpha\}$ və $\min\{A_2^\alpha\}$ A_1 və A_2 -nin α -kəsiyinin minimumudur; $\max\{A_1^\alpha\}$ və $\max\{A_2^\alpha\}$ isə A_1 və A_2 -nin α -kəsiyinin maksimumudur (şəkil 1). Aşağıdakı halı nəzərdən keçirək.



Şəkil 1 – A_1 və A_2 qeyri-səlis çoxluqların α -kəsiyi üçün üçbucaq mənsubiyyət funksiyası, infimum və maximum, interpolasiya və məsafə anlayış

Figure 1 – Triangular membership function for the α -section of fuzzy sets A_1 and A_2 , minimum and maximum, interpolation and distance concepts

Fərz edək ki, tənzimləyici üçün qeyri-səlis qaydalar bazamız var. Müşahidə nəticəsində X giriş dəyişəninin A^* olduğunu aşkar edirik. Qaydaya əsaslanan dinamik sistemin məhsuldarlığını müəyyən etmək məqsədilə fərz edək ki, A^* qeyri-səlis A_1 və A_2 çoxluqları arasında yerləşir. A_1 və A_2 qeyri-səlis çoxluqlarını təsvir edən qaydalardan istifadə edərək qeyri-səlis sistemin çıxışını müəyyən edək.

X -in A^* olduğunu və A^* -nin qeyri-səlis A_1 və A_2 çoxluqları arasında yerləşməsinə, Y çıxış dəyişəninin B^* olduğunu nəzərə alsaq, aşağıdakı qaydanı yaza bilərik:

Əgər $X \in A_1$ -dirsə, Onda $Y \in B_1$ -dir;

Əgər $X \in A_2$ -dirsə, Onda $Y \in B_2$ -dir.

Nəticənin tapılması: $Y = B^*$?

(B^* qeyri-səlis B_1 və B_2 çoxluqları arasında yerləşir).

Əgər $A_1 < A^* < A_2$ və $B_1 < B_2$ olarsa, xətti interpolasiyadan [10] istifadə edərək (3) ifadəsini yaza bilərik:

$$\frac{d(A^*, A_1)}{d(A^*, A_2)} = \frac{d(B^*, B_1)}{d(B^*, B_2)} \quad (3)$$

Burada $d(*)$ iki qeyri-səlis çoxluq arasındakı məsafədir. Hamming məsafəsi, Evklid məsafəsi, Hausdorff məsafəsi və Kaufman-Gupta məsafəsi düsturlarından istifadə edərək iki çoxluq arasındakı $d(*)$ məsafəsini hesablamaq mümkündür. Bunlar aşağıdakılardır:

$$d(X, Y) = |X - Y|;$$

$$d(X, Y) = \sqrt{(X - Y)^2};$$

$$d(X, Y) =$$

$$=$$

$$\max\{\max_{x \in X} \inf_{y \in Y} d(x, y), \max_{y \in Y} \inf_{x \in X} d(x, y)\},$$

(4)

$$d(X, Y) = \frac{(|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|)}{2(\beta_2 - \beta_1)}$$

A və B çoxluqları müvafiq olaraq $[a_1, a_2]$ və $[b_1, b_2]$ intervallarında təyin olunur. $[\beta_1, \beta_2]$ həm A -nın, həm də B -nin dəstəyidir. İstinad [9-11]-də qeyd edilir ki, bu məsafə ölçüləri forma haqqında məlumat vermir. Qeyri-səlis çoxluqların mənsubiyyət funksiyalarının. Koczy və Hirota [10,11] iki qeyri-səlis çoxluğun α -kəsikləri əsasında məsafəni təqdim etdilər. Bu məsafədən istifadə edərək son qeyri-səlis çoxluğu asanlıqla qurmaq olar. Koczy və Hirota [10, 11] α -cut hesablanmış aşağı d_L və yuxarı d_U A_1^α və A_2^α arasındakı məsafələrə əsasən:

$$d_L(A_1^\alpha, A_2^\alpha) = d(\min\{A_1^\alpha\}, \min\{A_2^\alpha\}); \quad (5)$$

$$d_U(A_1^\alpha, A_2^\alpha) = d(\max\{A_1^\alpha\}, \max\{A_2^\alpha\});$$

harada ki,

$$d_L(A^{\alpha*}, A_1^\alpha) = d(\min\{A^{\alpha*}\}, \min\{A_1^\alpha\}) = \min\{A^{\alpha*}\} - \min\{A_1^\alpha\};$$

$$d_U(A^{\alpha*}, A_2^\alpha) = d(\max\{A^{\alpha*}\}, \max\{A_2^\alpha\}) = \max\{A^{\alpha*}\} - \max\{A_2^\alpha\};$$

(6)

$$d_L(B^{\alpha*}, B_1^\alpha) = d(\min\{B^{\alpha*}\}, \min\{B_1^\alpha\}) = \min\{B^{\alpha*}\} - \min\{B_1^\alpha\};$$

$$d_U(B^{\alpha*}, B_2^\alpha) = d(\max\{B^{\alpha*}\}, \max\{B_2^\alpha\}) = \max\{B^{\alpha*}\} - \max\{B_2^\alpha\};$$

Məsafələri ölçmək üçün Hamming və ya Evklid düsturlarından (5) istifadə oluna bilər. (5)-ifadəsini (3)-də nəzərə alsaq, aşağıdakıları əldə edə bilərik:

$$\min\{B^{\alpha*}\} = \frac{\left(\frac{1}{d_L^\alpha(A_1^\alpha, A^{\alpha*})}\right) \min\{B_1^\alpha\} + \left(\frac{1}{d_L^\alpha(A_2^\alpha, A^{\alpha*})}\right) \min\{B_2^\alpha\}}{\frac{1}{d_L^\alpha(A_1^\alpha, A^{\alpha*})} + \frac{1}{d_L^\alpha(A_2^\alpha, A^{\alpha*})}} \quad (7)$$

$$\max\{B^{\alpha*}\} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{d_U^\alpha(A_1^\alpha, A^{\alpha*})}\right) \max\{B_1^\alpha\} + \left(\frac{1}{d_U^\alpha(A_2^\alpha, A^{\alpha*})}\right) \max\{B_2^\alpha\}}{\frac{1}{d_U^\alpha(A_1^\alpha, A^{\alpha*})} + \frac{1}{d_U^\alpha(A_2^\alpha, A^{\alpha*})}}$$

Sonra hər α üçün növbəti addımda müəyyən edilmiş çıxış α -səviyyəsi

$$B^{\alpha*} = [\min\{B^{\alpha*}\}, \max\{B^{\alpha*}\}] \quad (8)$$

olacaq.

k sayda qaydalar üçün (7) düsturu genişləndirildi.

$$\min\{B^{\alpha*}\} = \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{d_L^{\alpha}} (A_i^{\alpha}, A^{\alpha*}) \right) \min\{B_i^{\alpha}\}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{d_L^{\alpha}} (A_i^{\alpha}, A^{\alpha*}) \right)} \quad (9)$$

$$\max\{B^{\alpha*}\} = \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{d_L^{\alpha}} (A_i^{\alpha}, A^{\alpha*}) \right) \max\{B_i^{\alpha}\}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{d_L^{\alpha}} (A_i^{\alpha}, A^{\alpha*}) \right)}$$

Növbəti addımda Z ədədlərinə əsaslanan qeyri-səlis sistemin çıxışını əldə etmək üçün yuxarıdakı düsturları tətbiq edirik.

Z ədədlərə əsaslanan qeyri-səlis qaydalar-dan istifadə edərək interpolativ əsaslan-dırma

Z ədədinə əsaslanan If-Then qaydalarını və onun nəticə çıxarma mexanizmini nəzərdən keçirək. Fərz edək ki, çox girişli tək çıxışlı qeyri-səlis Z qaydaları aşağıdakı kimi verilir.

Z ədədinə əsaslanan If-Then qaydalar bazası aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} &\text{Əgər } x_1 (A_{11}, R_{11})\text{-dirsə və ... və} \\ &x_m (A_{1m}, R_{1m})\text{-dirsə, Onda } y (B_1, R_1)\text{-dir.} \\ &\text{Əgər } x_1 (A_{21}, R_{21})\text{-dirsə və ... və } x_m (A_{2m}, R_{2m})\text{-dirsə,} \\ &\text{Onda } y (B_2, R_2)\text{-dir.} \\ &\text{Əgər } x_1 (A_{n1}, R_{n1})\text{-dirsə və ... və } x_m (A_{nm}, R_{nm})\text{-} \\ &\text{dirsə, Onda } y \rightarrow (B_n, R_n) \text{ -dir.} \end{aligned} \quad (10)$$

Z ədədlərinə əsaslanan qeyri-səlis sistemin nəticə çıxarma prosesinə interpolasiya yanaşmasının tətbiqini nəzərdən keçirək. İlk iterasiyada α -səviyyədə istifadə edərək gələn giriş siqnalları və əvvəlki hissələrdə dəyişənlərin qeyri-səlis qiymətləri arasındakı fərqlər hesablanır. Bu məqsədlə α -kəsiklərini Hamming, Evklid və ya (4)-də verilmiş məsafələrdən biri ilə hesablamaq olar. Məsafələr əvvi hissədə məhdudiyyət və etibarlılıq dəyişənləri üçün ayrıca hesablanacaq. Burada mənsubiyyət funksiyasının aşağı və yuxarı sərhədlərini tapmaq üçün (5) və (6)

düsturlarından istifadə olunur. (9) düsturundan istifadə edərək məsafələr tapıldıqdan sonra növbəti addımda qeyri-səlis çıxış siqnalının aşağı və yuxarı sərhədlərini hesablanır. Bu əməliyyatları aşağıdakı düsturlarla da ifadə etmək olar. α -kəsiklər vasitəsilə aşağı və yuxarı hissələri əldə edə bilərik. Bu məqsədlə ilk təkrarlamada məsafələr (11) kimi hesablanır:

$$\begin{aligned} d_L(A_{X_{ij}}^{\alpha}, X_j^{\alpha}) &= |A_{X_{ij}}^{\alpha} - X_j^{\alpha}| \\ d_i^{\alpha} &= \sum_{j=1}^m d_L(A_{X_{ij}}^{\alpha}, X_j^{\alpha}), \end{aligned} \quad (11)$$

burada, $j = \overline{1, m}$ olmaqla, giriş siqnallarının, $i = \overline{1, n}$ qaydaların sayını ifadə edir.

Xüsusi hal üçün $\alpha = \{0, 1\}$. $d_L(A_{X_{ij}}^{\alpha}, X_j^{\alpha})$ – iki qeyri-səlis çoxluq arasındakı məsafədir. (11) düsturu A məhdudiyyət parametri üçün dc_i^{α} məsafəsini tapmaq üçün istifadə olunur. Eyni zamanda etibarlılıq parametri üçün dr_i^{α} məsafəsini tapmaq üçün eyni düsturdan istifadə oluna bilər. Ümumi məsafə, məhdudiyyət və etibarlılıq üçün hesablanmış iki məsafənin cəmi olacaq:

$$d_i^{\alpha} = dc_i^{\alpha} + dr_i^{\alpha} \quad (12)$$

Burada dr_i^{α} etibarlılıq parametri üçün hesablanmış məsafədir. Qaydanın çıxışında qeyri-səlis çoxluq aşağıdakı tənlikdən istifadə etməklə hesablanır.

$$(Y^{\alpha}, R_Y^{\alpha}) = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i^{\alpha}} \right) (B_{Y,i}, R_{Y,i})^{\alpha}}{1 / \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i^{\alpha}} \right)} \quad (13)$$

Çıxış qeyri-səlis çoxluqlarda $\inf$, $\max$ və mərkəz qiymətlərini tapmaq üçün (13) tətbiq edilir. (13)-də d_i^{α} -nın qiymətini (11) nəzərə alsaq, (14) düsturunu əldə edə bilərik:

$$(Y^{\alpha}, R_Y^{\alpha}) = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sum_{j=1}^m d_L(A_{X_{ij}}^{\alpha}, X_j^{\alpha})} \right) (B_{Y,i}, R_{Y,i})^{\alpha}}{1 / \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sum_{j=1}^m d_L(A_{X_{ij}}^{\alpha}, X_j^{\alpha})} \right)} \quad (14)$$

(14)-dən istifadə edərək sistemin çıxış Z qeyri-səlis siqnalını əldə edə bilərik. Qeyd etmək lazımdır ki, çıxış siqnalını tapmaq üçün $B_{Y,i}$; etibarlılığı tapmaq üçün $R_{Y,i}$ dəyişənlə-

rindən istifadə edirik. Çıxış siqnalları alındıqdan sonra Z ədədinin qeyri-səlis ədədə çevrilməsi əməliyyatı yerinə yetirilir.

[4, 5]-də verilmiş

$$Y = [(((Y_l + 4 * Y_m + Y_r) / 6) * ((R_{Yl} + 4 * R_{Ym} + R_{Yr}) / 6))]$$

düsturu çıxış siqnalının qeyri-səlis qiymətini idarə etmək üçün istifadə olunur. Burada Y qeyri-səlis çıxış qiyməti, R_Y isə etibarlılıqdır. Qeyd etmək lazımdır ki, qaydalar bazasının əvvəlki və sonrakı hissələrində giriş və çıxış parametrləri üçün üçbucaq tipli qeyri-səlis çoxluqlardan istifadə edirik.

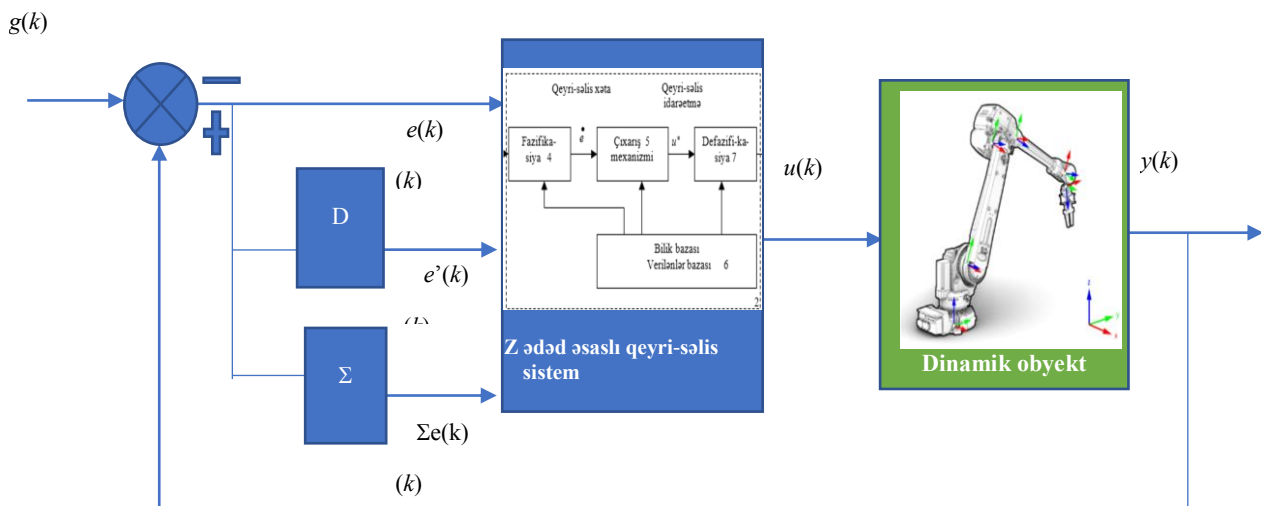
Simulyasiya tədqiqatları: Dinamik obyektin idarə edilməsi

Sənayedə bir çox dinamik qurğular qeyri-müəyyən bir mühitdə işləyir və məlumatın qeyri-səlisliyi ilə xarakterizə olunur. Bu dinamik qurğular struktur və parametrlərlə bağlı qeyri-müəyyənliklərlə

xarakterizə olunur.

Deterministik modellər bu dinamik qurğuları adekvat şəkildə təsvir edə bilmir və bu modellərdən istifadə etməklə tələb olunan idarəetməni əldə etmək çətin olurdu. İdarəetmə sistemlərinin qurulması üçün qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsindən istifadə problemin həlli üçün dəyərli seçim ola bilər. Bu məqalədə dinamik qurğuların idarə edilməsi üçün yuxarıdakı bölmədə təsvir edilən qeyri-səlis Z ədədlərinə əsaslanan idarəetmə sistemindən istifadə olunur. Təklif olunan qeyri-səlis Z ədəd əsaslı idarəetmə sisteminin strukturu şəkil 2-də verilmişdir.

Bu strukturda qurğunun çıxış siqnalı $y(k)$ və təyin edilmiş hədəf siqnalı $g(k)$ arasındakı fərq $e(k)$ xəta siqnalı ilə müəyyən edilir. $e(k)$ - xəta qiymətindən istifadə edərək xətanın dəyişmə sürəti $e'(k)$ və xətanın $\Sigma e(k)$ cəmi müəyyən edilir.



Şəkil 2 – Z ədəd əsaslı idarəetmə sisteminin strukturu

Figure 2 – Structure of a Z -number-based control system

Şəkildə D - fərq əməliyyatını, Σ - inteqrasiyanı ifadə edir. Bu giriş siqnallarından istifadə edərək, qapalı dövrəyə malik idarəetmə sistemi üçün qeyri-səlis Z ədəd əsaslı sistemdən – qeyri-səlis tənzimləyicidən istifadə olu-

nur.

If-Then formasına malik olan biliklər bazası qeyri-səlis tənzimləyicinin nüvəsi hesab edilir. Qeyri-səlis idarəetmə sisteminin dəqiqliyi giriş dəyişənlərindən, eləcə də ekspert bi-

liklərindən və mənsubiyyət funksiyasının növündən asılıdır. Ona görə də onların seçilməsinə xüsusi diqqət göstərmək çox vacibdir.

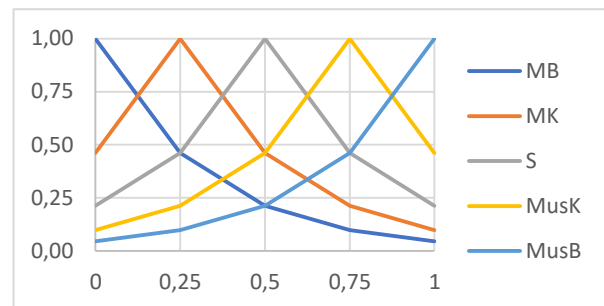
If-Then qaydalarının əvvəlki hissəsinə giriş signalı ($g(k)$) daxildir və qaydaların sonrakı hissəsinə isə qurğuya tətbiq olunacaq idarəetmə signalıdır ($u(k)$).

Təhlillər göstərdi ki, dinamik qurğularda idarəetmə əsasən giriş dəyişənləri xətası ($e(k)$) və xəta sürətindən ($e'(k)$) istifadə etməklə həyata keçirilir. İlk iterasiyada bu parametrlərdən istifadə etməklə If-Then formasına malik olan biliklər bazası hazırlanır. Biliklər bazasında If-Then qaydaları giriş parametrləri ilə çıxış idarəetmə signalı arasındakı əlaqəni təsvir edir. Dinamik obyektlərin təhlili əsasında giriş-çıxış asılılığını təsvir edən BB (Biliklər Bazası) tərtib edilmişdir. Xəta ($e(k)$) və xətanın dəyişmə sürətindən ($e'(k)$) istifadə etməklə idarəetmə signalının müvafiq qiyməti müəyyən edilir.

BB-nin qurulması zamanı daxil olan giriş-çıxış dəyişənləri linqvistik qiymətlərlə təsvir edilir. Üçbucaq mənsubiyyət funksiyasından istifadə etməklə dəyişənlərin linqvistik qiymətləri hesablanır. Linqvistik qiymətlər üçün üçbucaq mənsubiyyət funksiyasının layihələndirilməsi zamanı hər bir giriş parametrinin mühakimələr universumu və linqvistik dəyişənlərin qiyməti müəyyən edilir.

Problemin həllindən asılı olaraq mənsubiyyət funksiyalarının sayı təyin edilir. Məsələn, tutaq ki, problemin həlli üçün seçilən linqvistik dəyişənlərin qiymətlər sayı beşə bərabərdir. Giriş parametrlərinin, məsələn, xəta və xətanın dəyişmə sürətinin aldığı linqvistik qiymətlər Mənfi Böyük (MB), Mənfi Kiçik (MK), Sıfır (S), Müsbət Kiçik ($M_{\text{üsK}}$), Müsbət Böyük ($M_{\text{üsB}}$) kimi işarələnir. Çıxış parametrinin, yəni çıxış signalının aldığı linqvistik qiymətlər Kiçik (K), Normal (N), Böyük (B) kimi işarələnir. Giriş-çıxış parametrlərinin $[0;100]$ ara-

lığında miqyaslandığını qəbul edək. Giriş və çıxış parametrlərinin mənsubiyyət funksiyalarının qrafik təsviri şəkil 3-də göstərilmişdir.



Şəkil 3 – Giriş-çıxış parametrlərinin mənsubiyyət funksiyası

Figure 3 – Membership functions of input-output variables

Hər bir parametr üçün mənsubiyyət funksiyaları müəyyən edildikdən sonra qeyri-səlis If-Then qaydalarının qurulması həyata keçirilir. Hər bir qayda iki girişli və bir çıxışlı dəyişənlərə malikdir [11,12].

Cədvəl 1 giriş parametrləri, xəta və xətanın dəyişmə sürəti, çıxış parametri və tənzimləyicinin idarəetmə signalı arasındakı əlaqələri təsvir edir.

Cədvəldən istifadə edərək qeyri-səlis idarəetmə qaydaları əldə edə bilərik. Aşağıda, cədvəl 1-dən istifadə etməklə qaydalar bazasının kiçik bir fraqmenti qurulmuşdur.

$$\left. \begin{array}{l} \text{ƏGƏR } e \text{ xətası (MB, U) VƏ dəyişmə xətası } e' \text{ (MB, U)} \\ \quad \text{ONDA İdarəetmə signalı (Y, U)} \\ \text{ƏGƏR } e \text{ xətası (Z, U) VƏ dəyişmə xətası } e' \text{ (MüsK, U)} \\ \quad \text{ONDA İdarəetmə signalı (A, U)} \\ \quad \vdots \\ \text{ƏGƏR } e \text{ xəta (MüsK, U) VƏ dəyişmə xətası } e' \text{ (MB, U)} \\ \quad \text{ONDA İdarəetmə signalı (Y, U)} \end{array} \right\} (15)$$

Cədvəl 1 – Ekspert biliyi

Table 1 – Expert knowledge

U idarəetmə signalı		e' xətanın dəyişmə sürəti				
		MB,U	MK,U	S,U	MüsK,U	MüsB,U
e xəta	MB,U	Y,U	Y,U	Y,U	A,U	N,U
	MK,U	Y,U	Y,U	A,U	N,U	A,U
	S,U	Y,U	A,U	N,U	A,U	A,U

	$M_{is}K, U$	A, U	N, U	A, U	A, U	A, U
	$M_{is}B, U$	N, U	A, U	A, U	A, U	A, U

Qaydalar bazasından istifadə edərək Z ədədlərinə əsaslanan təqdim olunmuş qeyri-səlis sistem dinamik obyektlərin idarə edilməsi üçün tətbiq edilmişdir. Layihələndirilmiş sistem performansının məqbul olub olmadığını yoxlamaq üçün idarəetmə modellərindən istifadə etməklə kifayətlənir. Z ədədinə əsaslanan qeyri-səlis tənzimləyici aşağıdakı düsturla verilmiş dinamik qurğunun idarə edilməsi üçün tətbiq edilir [10].

$$y(k) = \frac{y(k-1)y(k-2)(y(k-1) + 2.25)}{(1 + y(k-1)^2 + y(k-2)^2)} + u(k), (16)$$

burada, $y(k-1)$, $y(k-2)$ dinamik qurğunun bir və iki pilləli gecikmiş çıxışı, $u(k)$ isə girişin idarəetmə signalıdır.

Tətbiq edilən signalın müxtəlif qiymətlərindən istifadə etməklə dinamik qurğunun idarə edilməsi həyata keçirilir. 100 iterasiyalı istinad signalının riyazi ifadəsi aşağıdakı kimi verilir (17):

$$K = \begin{cases} 1, & 0 \leq k < 25 \\ 5, & 25 \leq k < 50 \\ 10, & 50 \leq k < 75 \\ 15, & 75 \leq k < 100 \end{cases} \quad (17)$$

Məqalədə keyfiyyət meyarı kimi orta-kvadrat xətdən (OKX) istifadə olunur [10].

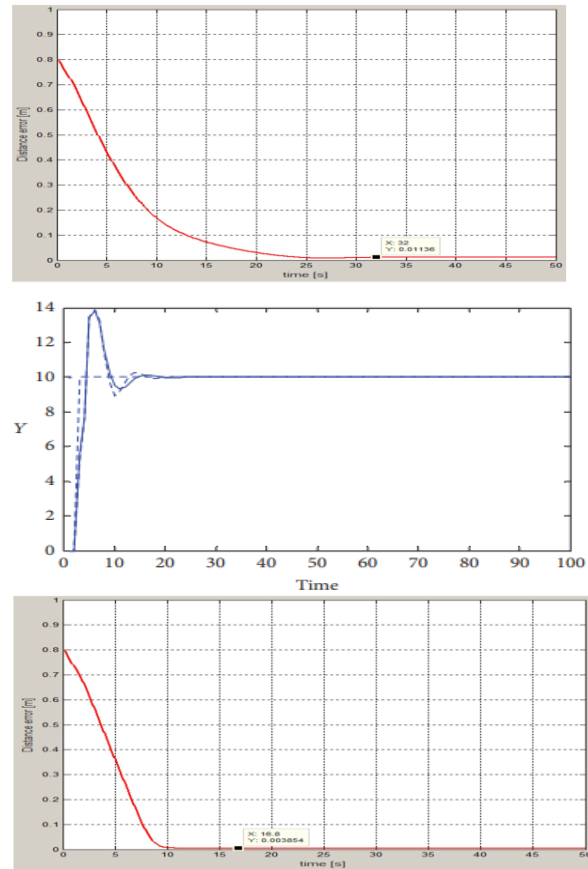
$$OKX = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (y_i^d - y_i)^2}{K}} \quad (18)$$

Burada, K iterasiyaların ümumi sayıdır. Xətanın Orta Kvadratik Kökü (XOKK) model tərəfindən proqnozlaşdırılan qiymətlər (y_i^d) və müşahidə edilən faktiki qiymətlər (y_i) arasındakı fərqi ölçmək üçün çox istifadə edilən metrikdir. Bu, daha yaxşı model performansını göstərən daha aşağı XOKK qiymətləri ilə proqnozlaşdırılan modelin düzgünlüyünün göstəricisini təmin edir.

Dinamik obyekt (16) üçün qeyri-səlis Z

ədədinə əsaslanan idarəetmə sisteminin simulyasiyası aparılmışdır. Z ədədli qeyri-səlis idarəetmə sisteminin performansı eyni ilkin şərtlərdən istifadə edərək adi qeyri-səlis idarəetmə sisteminin performansı ilə müqayisə edilir.

Şəkil 4-də adi qeyri-səlis və Z ədədlərinə əsaslanan idarəetmə sisteminin keçid prosesi əyrisi təsvir edilmişdir.



Şəkil 4 – Adi və Z ədədlərinə əsaslanan idarəetmə sisteminin keçid xarakteristikaları

- Səlis tənzimləyicili dinamik qurğunun məsafə xətası
- Qeyri-səlis tənzimləyicili dinamik qurğunun məsafə xətası
- Z ədədinə əsaslanan (bütöv xətlə əyri) və adi qeyri-səlis (qırıq xətlə əyri) tənzimləyicinin keçid prosesi xarakteristikası

Figure 4 – Transition characteristics of a control system based on ordinary and Z numbers

- Distance error of a dynamic device with a fuzzy controller
- Distance error of a dynamic device with a smooth controller

c) Transient process characteristics of a Z-based (full linear) and a conventional fuzzy (broken linear) controller

Şəkildə bütöv xətt Z ədədli qeyri-səlis tənzimləyici ilə idarəetmə sisteminin cavab xarakteristikasıdır; qırıq xətt adi qeyri-səlis idarəetmə sisteminin cavab xarakteristikasıdır. Şəkildən göründüyü kimi hər iki tənzimləyici üçün statik xətlərin qiymətləri sıfırdır; keçici ötürmələr eynidir (19%-ə yaxın). 100 iterasiya üçün idarəetmə sistemlərinin XOKK qiymətlərinin cəmi Cədvəl 2-də verilmişdir. Z ədədinə əsaslanan idarəetmə sisteminin XOKK qiyməti ənənəvi qeyri-səlis idarəetmə sistemindən azdır.

Növbəti simulyasiyada qeyri-səlis Z ədədinə əsaslanan idarəetmə sistemi düstur (14) ilə verilmiş müxtəlif təyinat nöqtəsi siqnallarından istifadə etməklə sınaqdan keçirilmişdir.

Cədvəl 2-də altı qeyri-səlis məntiqi operator üçün orta kvadratik xəta qiyməti hesablanmışdır. Alınmış nəticələrin analizi ALI2 qeyri-səlis məntiqinə görə qeyri-səlis tənzimləyici daha kiçik xəta ilə işləyir.

Cədvəl 2 – Qeyri-səlis implikasiya operatorlarına görə qeyri-səlis tənzimləyicinin OKXK qiymətləri
Table 2 – The values of the fuzzy controller's RMSE due to fuzzy implication operators

Qeyri-səlis implikasiya	Luka-sevich	Mam-dani	KD	ALI1	ALI2	ALI3
Qeyri-səlis sistemin OKXQ	36.86	42.209	36.861	36.869	36.733	36.867

Səlis və qeyri-səlis idarəetmə sisteminin simulyasiyası üçün XOKK qiymətləri cədvəl 3-də verilmişdir. Göründüyü kimi, Z ədədinə

əsaslanan qeyri-səlis idarəetmə sistemi üçün XOKK qiyməti ənənəvi qeyri-səlis tənzimləyicinin qiymətindən azdır. Cədvəl 3-də qeyri-səlis idarəetmə sisteminin simulyasiya nəticələri adi qeyri-səlis tənzimləyicili idarəetmə sistemlərinin simulyasiya nəticələri ilə müqayisə edilir.

Cədvəl 3 – Səlis və qeyri-səlis idarəetmə sisteminin simulyasiyası üçün XOKK qiymətləri
Table 3 – RMSE values for fuzzy and fuzzy control system simulation

Tənzimləyici	Xətanın orta kvadratik qiyməti k=100 iterasiyalı
Qeyri-səlis	36.733
Z ədəd əsaslı tənzimləyici	18.651

Cədvəl 3-də idarəetmə sistemlərinin cavab xarakteristikasının XOKK qiymətlərinin müqayisəli qiymətləndirilməsinin nəticələri verilmişdir. Simulyasiya nəticələri dinamik qurğuların idarə edilməsində Z ədədinə əsaslanan tənzimləyicidən istifadənin səmərəliliyini nümayiş etdirir.

Nəticə

Məqalədə Z ədədinə əsaslanan qeyri-səlis nəticə çıxarma sisteminin dizaynı təqdim olunur. Qeyri-səlis sistemin interpolativ nəticə çıxarma mexanizmi təqdim edilmiş və eyni nəticə çıxarma mexanizmi Z ədədli qeyri-səlis sistem üçün hazırlanmışdır. Z qeyri-səlis qaydalar bazası işlənilib hazırlanmış və dəyişənlərin qeyri-səlis qiymətlərinin etibarlılıq dərəcələri qiymətləndirilir. Z ədədli sistemdən istifadə edərək interpolativ qeyri-səlis nəticə çıxarma mühərriki prosesi dizayn edilmişdir.

Hazırlanmış alqoritm dinamik qurğuların idarə edilməsi üçün istifadə olunur. Mütəxəssislərin biliklərindən istifadə edərək If-Then qaydalar bazası tərtib edilmişdir. Də-

yişənlərin qeyri-səlis qiymətlərinin etibarlılıq dərəcələri qiymətləndirilir. Qaydalar bazası və qeyri-səlis interpolyativ mülahizələrdən istifadə edərək dinamik qurğularda idarəetmə həyata keçirilir. Alınmış nəticələr dinamik qurğuların idarə edilməsində layihələndirilmiş siste-

min uyğunluğunu nümayiş etdirir.

Maraqlar münaqişəsi

Müəlliflər bu məqalədə araşdırılması tələb olunan maraqlar münaqişəsinin olmadığını qeyd edirlər.

REFERENCES

1. **Zadeh L.A.** A note on Z-numbers, *Information Sciences*, vol. 181, no. 14, pp. 2923–2932, 2011.
2. **Aliev R.A., Huseynov O.H., Aliyev R.R., Alizadeh A.A.** The arithmetic of Z-numbers, World Scientific Publishing, 2015.
3. **Longzhi Yang, Zheming Zuo, Fei Chao, Yanpeng Qu.** Fuzzy Interpolation Systems and Applications. World's largest Science, Technology & Medicine Open Access book publisher
4. **Lorkowski J., Kreinovich V., Aliev R.A.** Towards decision making under interval, set-valued, fuzzy, and Z-number uncertainty: a fair price approach, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE '14)*, pp. 2244–2253, Beijing, China, July 2014.
5. **Koczy L.T., Hirota K.** Interpolative reasoning with insufficient evidence in sparse fuzzy rule bases, *Information Sciences*, vol. 71, no. 1-2, pp. 169–201, 1993.
6. **Kovacs S.** Application of interpolation-based fuzzy logic reasoning in behaviour-based control structures,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems, UZZIEEE*, vol. 6, pp. 25–29, Budapest, Hungary, July 2004.
7. **Huang Z., Shen Q.** A new fuzzy interpolative reasoning method based on center of gravity, in *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ '03)*, IEEE, May 2003, vol. 1, pp. 25–30.
8. **Abiyev R.H.** Z Number Based Fuzzy Inference System for Dynamic Plant Control. Applied Artificial Intelligence Research Centre, Department of Computer Engineering, Near East University, Northern Cyprus, Mersin 10, Turkey. 2016.
9. **Abiyev R. H., Kaynak O.** Type 2 fuzzy neural structure for identification and control of time-varying plants. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 12, pp. 4147–4159, 2010.
10. **Mammadova K.A., Aliyeva Y.N., Aliyeva A.A.** Calculating the collision risk of a mobile robot with a fuzzy controller in an environment with dynamic obstacles. *Reliability: Theory and Applications*, Special Issue № 6 (80), Part-2, Volume 19, December 2024.
11. **Məmmədova K.A.** Z ədədlərinin köməyi ilə qeyri-səlis mühitdə qida təhlükəsizliyi üçün risk səviyyəsinin təyin edilməsi. *Azərbaycan Mühəndislik Akademiyasının Xəbərləri/ Beynəlxalq elmi-texniki jurnal*. 2022, cild 14, № 1, s. 117-124.
12. **Mammadova K.A., Abasov I.A.** Natamam informasiya şəraitində qərar qəbulətmə məsələlərinin həlli zamanı Z ədədlərə əsaslanan qərar qəbulətmə modellərinin tədqiqi. *Azərbaycan Mühəndislik Akademiyasının Xəbərləri*, 2024, cild 16 (4), s. 69-75.